

Echantillonnage Statistique pour la Mesure du Portefeuille à Risque en Microfinance

Mark Schreiner

23 avril 2004

<http://www.microfinance.com>

Résumé

Ce document décrit la conception d'un échantillon statistique, pour mesurer le portefeuille à risque dans une institution de microfinance. Il montre l'application de la méthode au cas du portefeuille de la Banco do Nordeste au Brésil. L'échantillonnage statistique en audit ne requiert pas de connaissances spécifiques en matière de statistique, et est très utile pour des inspections de type « due diligence » menées par des investisseurs potentiels, des actionnaires, ou en préparation d'un possible titrisation d'un portefeuille.

L'échantillon conçu ici repose sur une stratification par agences et par agents de crédit, parce que les erreurs dans l'enregistrement des arriérés au sein du système d'information de gestion sont susceptibles de varier selon ces dimensions. Par ailleurs, puisque les erreurs peuvent aussi varier selon la taille du crédit, et sont plus coûteuses pour les crédits de forts montants que pour ceux de petits montants, les crédits sont échantillonnés avec une probabilité proportionnelle à leur taille. Cela stratifie de façon implicite l'échantillon par montant restant dû. De plus, la conception amène à échantillonner tous les crédits de montants restant dus importants et tous les crédits rééchelonnés ou refinancés. Étant données ces strates, étant donnée une définition du portefeuille à risque (par exemple, le montant restant dû de tous les crédits présentant au moins un paiement en retard d'une journée), étant donné une borne supérieure souhaitée sur l'exactitude de la proportion estimée du portefeuille à risque (par exemple deux pour cent), étant donnée la précision souhaitée pour l'intervalle de confiance (par exemple, 90%), ce document indique (a) comment diviser le portefeuille en strates ; (b) combien de cas tirer ; (c) comment estimer la proportion du portefeuille à risque; et, (d) comment estimer le montant du portefeuille à risque.

Remerciements

Je remercie Tanguy Gravot de CAPAF—Programme de Renforcement des Capacités des Institutions de Microfinance en Afrique Francophone (capaf@sentoo.sn ou tanguy@sentoo.sn) pour la traduction en français, et M. Taïbou Mbaye—Mazars & Guérard Sénégal—pour la relecture (mazars@sentoo.sn). La version anglaise est “Statistical Sampling to Measure Portfolio-at-Risk in Microfinance”.

Echantillonnage Statistique pour la Mesure du Portefeuille à Risque en Microfinance

1. Introduction

Un audit portant sur la mesure du portefeuille à risque dans une institution de microfinance vérifie si les arriérés tels que reportés dans le système d'information de gestion électronique correspondent aux arriérés tels qu'enregistrés dans les dossiers physiques. Un tel audit est utile à des investisseurs potentiels et à l'institution de microfinance elle-même, ainsi qu'à ses propriétaires potentiels ou aux potentiels acheteurs d'un portefeuille titrisé.

Les audits utilisent souvent les techniques d'échantillonnage pour porter des jugements informés sur l'exactitude des enregistrements du système d'information de gestion, sans faire la dépense d'une revue exhaustive de tous les fichiers physiques de chaque crédit. Le compromis est que des mesures d'échantillonnage sont moins exactes que des mesures exhaustives. L'échantillonnage statistique quantifie la nature du compromis. Comparés à des recherches exhaustives ou à des échantillonnages non statistiques, les échantillonnages statistiques requièrent moins de ressources pour vérifier des enregistrements physiques, mais ils requièrent aussi davantage de ressources pour préparer la conception de l'échantillon et pour traiter les mesures de confiance et de précision des estimations sur le portefeuille à risque.

Ce document décrit la conception d'un échantillonnage statistique pour estimer la proportion du portefeuille à risque dans le portefeuille de l'institution de

microfinance Banco do Nordeste au Brésil. Étant donné les niveaux désirés de confiance et de précision, il indique comment diviser le portefeuille en strates, combien de cas tirer, et comment estimer la proportion du portefeuille à risque ainsi que le montant à risque. Les strates sont définies selon les dimensions pour lesquels les erreurs sont probables et/ou coûteuses : l'agence, l'agent de crédit, le montant restant dû du crédit, et les crédits rééchelonnés ou refinancés.

Beaucoup d'auteurs ont écrit sur la conception d'échantillons statistiques (exemple : Guy *et al.*, 1997; Carmichael and Benis, 1991; Roberts, 1978; Smith, 1976 and 1974; Knight, 1974; Arkin, 1963), mais personne n'a traité le cas le plus pertinent pour une institution de microfinance, à savoir l'estimation de la proportion du portefeuille à risque, avec des strates multiples, avec une probabilité proportionnelle à la taille (capital restant dû), et avec un échantillonnage exhaustif de strates multiples particulières. Ce document décrit la conception d'un tel échantillon. Les formules fondamentales sont adaptées du classique écrit par Cochran (1977). Les formules fondamentales sont présentées ici pour faciliter l'adaptation pour différents portefeuilles en microfinance. Les formules générales sont appliquées au portefeuille de crédits de la Banco do Nordeste au Brésil.

L'arithmétique est quelque peu fastidieuse, mais elle peut être programmée sur un tableur.

La suite du document présente comment estimer le portefeuille à risque dans une institution de microfinance à l'aide d'un audit basé sur l'échantillonnage statistique. La section 2 discute la logistique de l'échantillonnage avec probabilité proportionnelle au capital restant dû. La section 3 décrit la stratification,

l'estimation et l'échantillonnage selon les quatre strates (crédits rééchelonnés ou refinancés, crédits présentant un capital restant dû important, agents de crédit et agences). La section 4 discute des compromis dans le choix de la taille de l'échantillon. La section 5 conclut avec des recommandations spécifiques pour le cas de la Banco do Nordeste.

2. Echantillonnage avec probabilité proportionnelle au capital restant dû

La conception fait appel non pas à un échantillonnage des crédits restant dus, mais plutôt de chaque unité monétaire restant due. Cette méthode est connue sous le nom d'échantillonnage avec probabilité proportionnelle au capital restant dû, ou « dollar-unit sampling » (Anderson and Teitlebaum, 1973). Les crédits présentent différents montants restant dus (taille), et la proportion de portefeuille à risque dépend directement non pas du nombre de crédits délinquants, mais plutôt du nombre d'unités monétaires délinquantes. Si l'unité d'échantillonnage était le crédit, alors de petits crédits auraient autant de chances d'être échantillonnés que des crédits de taille importante, même si les crédits de taille importante (en termes de capitaux restants dus) influencent davantage le portefeuille à risque.

2.1 Regroupements

Bien sûr, toutes les unités monétaires restant dues (et les dossiers physiques) sont regroupées par crédit. De plus, la définition du portefeuille à risque en microfinance est que toutes les unités monétaires restant dues sur un crédit sont à risque si une unité monétaire l'est (Christen, 1997). Ainsi la conception optimale échantillonne les crédits avec une probabilité proportionnelle aux montants d'unités monétaires restant dues. Les crédits de montants restant dus importants seront plus probablement échantillonnés, mais chaque unité monétaire restant due a la même probabilité d'être échantillonnée.

L'estimation de la précision sur la proportion du portefeuille à risque doit prendre en compte la parfaite corrélation positive en termes de niveau de risque parmi chaque unité monétaire d'un crédit. Les techniques décrites ci-dessous prennent en compte cette corrélation induite par le regroupement des unités monétaires en crédits. Ne pas tenir compte de ce principe amènerait à surestimer la précision en ce qui concerne les estimations du niveau du portefeuille à risque, et amènerait alors à un échantillon plus petit que requis, ainsi qu'à des bornes supérieures de l'estimation trop resserrées (Deaton, 1997).

2.2 Tirer l'échantillon

Supposons que :

- b indique les agences,
- que l indique les agents de crédit, et
- que i indique les crédits pour un agent de crédit

Étant donné le portefeuille d'un agent de crédit donné (à l'exclusion des crédits rééchelonnés ou refinancés et des crédits de montants restant dus importants), une façon simple et efficace de tirer l'échantillon avec une probabilité proportionnelle au capital restant dû, est d'assigner à chaque crédit un nombre aléatoire uniformément distribué ρ_{bli} qui varie entre zéro (0) et l'unité (1), et alors de multiplier ρ_{bli} par le montant d'unités monétaires restant dues pour le crédit Y_{bli} pour obtenir π_{bli} :

$$\pi_{bli} = \rho_{bli} \cdot Y_{bli} \quad (1)$$

Ensuite, trie les crédits en ordre descendant selon π_{bli} ; renumérotez les crédits de telle sorte que le crédit b_{i1} ait le plus élevé π_{bli} , que le crédit b_{i2} ait le second plus

élevé π_{bi} , etc. Ensuite vérifiez des dossiers de crédit physiques des n_{bio} premiers cas, où n_{bio} est la taille de l'échantillon pour l'agent de crédit bl , déterminé comme décrit ci-dessous (tous les crédits rééchelonnés ou refinancés ainsi que les crédits de montants restant dus importants seront aussi vérifiés).

2.3 Quelles données collecter ?

Pour estimer les proportions de portefeuille à risque pour la Banco do Nordeste, les auditeurs auront besoin d'un fichier comprenant les champs suivants pour chaque crédit du portefeuille (pas seulement pour les crédits échantillonnés):

- un identifiant unique pour chaque crédit
- un identifiant unique pour l'emprunteur
- l'agence
- l'agent de crédit
- date de déboursement
- montant déboursé
- montant restant dû à la date de l'audit
- date de l'échéance due la plus récente
- date du plus récent remboursement effectif (obtenue depuis les dossiers de crédit physiques);
- nombre de jours de retard selon le système d'information de gestion;
- montant dû à la date du plus récent paiement
- caractère rééchelonné/refinancé du crédit ou non

3. Stratification et estimation

Cette section présente la notation et les formules pour calculer les mesures de proportion du portefeuille à risque, et le montant d'unités monétaires à risque pour une conception qui utilise un échantillonnage avec probabilité proportionnelle au montant impayé (« dollar-unit sampling »), qui stratifie par agence et agent de crédit, et qui échantillonne de façon exhaustive les crédits rééchelonnés/refinancés ainsi que des crédits présentant un capital restant dû important.

3.1 Le portefeuille global

Considérons Y comme la valeur du portefeuille, et N le nombre de crédits dans le portefeuille. Au 30 juin 2000, le portefeuille de la Banco do Nordeste comprenait 44.581 crédits, et leur valeur comptable était de 22.494.262 cruzeiros, ou, étant donné un taux de change d'environ 1.8 cruzeiros par dollar, 12.496.812 dollars. (À partir de maintenant, les chiffres monétaires sont en dollar ; les formules statistiques ne varient pas selon ce choix). Le montant restant dû par crédit était d'environ \$280.

Considérons y comme le montant restant dû pour les crédits présentant au moins un paiement avec au moins un jour de retard. Selon le système d'information de la Banco do Nordeste, y valait \$849.972. La valeur du portefeuille Y est supposée correcte telle que rapportée par le système d'information de gestion. L'audit par échantillonnage vérifie la valeur du portefeuille à risque y dans les dossiers de crédit physiques.

Considérons p comme étant la proportion du portefeuille à risque:

$$p = \frac{y}{Y} \quad (2)$$

A la Banco do Nordeste, l'estimation du portefeuille à risque p par le système d'information de gestion était d'environ 6,8% (0.068). L'objectif principal de l'audit est de vérifier l'exactitude de l'estimation p fournie par le système d'information de gestion. La détermination de la taille de l'échantillon requis pour obtenir le niveau souhaité de confiance et de précision dépend toutefois de la vraie valeur de p , mais, avant l'audit, la vraie proportion est inconnue. La présente conception suit la pratique standard dans la mesure où elle prend la proportion fournie par le système d'information de gestion sur le niveau du portefeuille à risque comme étant la meilleure estimation disponible de pré-audit.

3.2 Strates

La conception de l'échantillon stratifié par agent de crédit et par agence. À l'intérieur de la strate « agent de crédit », les crédits sont également stratifiés en trois types : rééchelonnés/refinancés, crédits de montants restant dus importants, et « autres ». La stratification par agences et agents de crédit sert deux buts. Premièrement, le portefeuille à risque varie probablement entre différentes agences, et différents agents de crédit. La stratification permet de tirer profit de cela en réduisant la variabilité des estimations de la proportion globale du portefeuille à risque, bien que le gain en précision soit probablement faible (Cochran, 1977; Smith, 1976). Deuxièmement, et cela est plus important, la stratification aide à repérer les

agences ou les agents de crédit dont le portefeuille à risque audité est fortement différent de celui fourni par le système d'information de gestion. L'institution pourrait souhaiter mener davantage d'investigations sur de telles incohérences.

3.2.1 Agences

B signifie le nombre d'agences (79 pour la Banco do Nordeste). L'indice référant à une agence est b , ainsi le nombre de crédits dans la $b^{\text{ème}}$ agence est N_b . De la même façon, l'encours dans l'agence b est Y_b . Pour la Banco do Nordeste, N_b varie de 31 à 2.833 (moyenne 564), et Y_b varie de 7.273 \$ à 725.280\$ (moyenne 284.737 \$).

3.2.2 Agents de crédit

Soit N_l le nombre d'agents de crédit (257 pour la Banco do Nordeste). Un postulat au niveau de la conception est qu'un agent de crédit donné ne se trouve que dans une agence donnée. Considérons que le nombre d'agents de crédit dans l'agence b est N_{bl} , et que l'indice permettant de repérer les agents des crédits dans une agence est l . Ainsi, la notation bl identifie un agent de crédit donné. En prenant en compte les crédits rééchelonnés/refinancés et les crédits de montants importants, le nombre de crédits en cours concernant l'agent de crédit l dans l'agence b est N_{bl} . A la Banco do Nordeste, N_{bl} varie de 4 à 505 (moyenne 173).

L'encours de crédit (sommes des capitaux restant dus y compris sur les crédits rééchelonnés/refinancés et les crédits de montants importants) pour l'agent de crédit bl vaut Y_{bl} , et le montant trouvé comme étant à risque par l'audit est y_{bl} . A la Banco do Nordeste, Y_{bl} varie de 358\$ à 149.336\$ (moyenne 48.625\$).

3.2.3 Crédits individuels

L'indice pour chaque crédit considéré en particulier au niveau d'un agent de crédit est i , avec des valeurs allant de 1 à N_{bl} . Le nombre de cas concernant les crédits "autres" (à l'exclusion des crédits rééchelonnés/refinancés et des crédits de montants restant dus importants) échantillonnés depuis le portefeuille géré par l'agent de crédit bl est n_{bl} . Le capital restant dû dans le $i^{\text{ème}}$ crédit « autre » dans la $b^{\text{ème}}$ agence est Y_{bli} , et le montant diagnostiqué par l'audit comme étant en retard est y_{bli} . Cela signifie que y_{bli} est égal à Y_{bli} si l'audit trouve que le crédit bli est délinquant, et que y_{bli} vaut zéro dans le cas contraire.

$$y_{bli} = Y_{bli} \quad \text{si le crédit est en retard, 0 sinon} \quad (3)$$

3.2.4 Crédits de montants importants et crédits rééchelonnés/refinancés

La conception fait appel à un échantillonnage exhaustif de tous les crédits rééchelonnés/refinancés et de tous les crédits de montants restant dus importants, car ces catégories sont des sources probables d'erreurs coûteuses.

Les crédits rééchelonnés/refinancés sont échantillonnés de façon exhaustive pour deux raisons. Premièrement ces crédits apparaissent comme davantage sujets à présenter des défauts de paiement que les crédits ordinaires. Deuxièmement, les institutions, les chefs d'agences et/ou les agents de crédit pourraient vouloir masquer le niveau de délinquance de ces crédits rééchelonnés/refinancés, afin de masquer leurs erreurs dans la sélection des débiteurs.

Les crédits de montants restant dus importants sont également échantillonnés de façon exhaustive pour deux raisons. Premièrement, les crédits de montants

importants, toutes choses égales par ailleurs, sont davantage susceptibles de devenir délinquants, parce qu'ils impliquent des tranches de remboursement plus importantes, et qu'ils offrent des avantages implicites plus importants au défaut de paiement (Schreiner, 1999). Deuxièmement, les crédits de montants restant dus importants contribuent de façon disproportionnée aux montants à risque.

En prenant l'agent de crédit bl , considérons N_{blR} le nombre de crédits rééchelonnés/refinancés, et N_{blG} le nombre de crédits de montants restant dus importants. De même, considérons Y_{blR} l'encours des crédits rééchelonnés/refinancés, et Y_{blG} l'encours des crédits de montants restant dus importants. Enfin, soient y_{blR} le montant restant dû des crédits rééchelonnés/refinancés révélé par l'audit comme étant à risque, et y_{blG} le montant restant dû des crédits de montants restant dus importants révélés par l'audit comme étant à risque. (La Banco do Nordeste ne présente pas de crédits rééchelonnés/refinancés, mais les formules générales sont toutefois présentées ici, car la plupart des IMF connaissent ce cas).

3.3 Proportion du portefeuille à risque

L'estimation p_{bl} de la proportion du portefeuille à risque pour un agent de crédit a trois composantes : crédits rééchelonnés/refinancés, crédits de montant restant dus importants, et autres crédits.

3.3.1 Proportion des crédits rééchelonnés/refinancés à risque

La proportion des crédits rééchelonnés/refinancés à risque p_{bIR} est le ratio de y_{bIR} sur Y_{bIR} :

$$p_{bIR} = \frac{y_{bIR}}{Y_{bIR}} \quad (4)$$

Cette quantité présente un intérêt parce qu'elle est une composante du portefeuille à risque total d'un agent de crédit donné ; mais elle présente aussi un intérêt spécifique : une valeur anormalement élevée pourrait mettre en évidence qu'un agent de crédit ne choisit pas intelligemment les crédits à rééchelonner ou refinancer.

La variance v_{bIR} de p_{bIR} vaut (Cochran, 1977):

$$v_{bIR} = p_{bIR} \cdot (1 - p_{bIR}) \cdot \left(\frac{N_{bIR} - n_{bIR}}{N_{bIR} \cdot (n_{bIR} - 1)} \right) \quad (5)$$

Comme les crédits rééchelonnés/refinancés sont échantillonnés de façon exhaustive, N_{bIR} est égal à n_{bIR} , et la variance v_{bIR} est nulle. L'échantillonnage exhaustif retire toute variation d'échantillonnage. Les intervalles de confiance sont fictifs pour les estimations de p_{bIR} ; tous les crédits rééchelonnés/refinancés sont échantillonnés, aussi tout nouveau tirage d'échantillon produirait la même estimation, et il n'y a pas de variation d'échantillonnage.

Soit s_{bIR} l'erreur standard de l'estimation du portefeuille à risque. C'est la racine carrée de v_{bIR} , soit zéro. Pour calculer la proportion de tous les crédits rééchelonnés/refinancés à risque, définissons w_{bIR} comme le poids des crédits rééchelonnés/refinancés dans le portefeuille de l'agent de crédit bl :

$$w_{bIR} = \frac{Y_{bIR}}{\sum_{b=1}^B \sum_{l=1}^{N_{bl}} Y_{bIR}} \quad (6)$$

La proportion à risque au sein des crédits rééchelonnés/refinancés p_R est donc:

$$p_R = \sum_{b=1}^B \sum_{l=1}^{N_{bl}} w_{bIR} \cdot p_{bIR} \quad (7)$$

La variance et l'erreur standard de p_R sont zéro.

3.3.2 Proportion de portefeuille à risque pour les crédits de montants importants

La proportion du portefeuille à risque pour les crédits de montants importants p_{blG} est le ratio de y_{blG} sur Y_{blG} :

$$p_{blG} = \frac{y_{blG}}{Y_{blG}} \quad (8)$$

Un niveau anormalement élevé pourrait signaler à l'institution de microfinance qu'un agent de crédit donné n'estime pas correctement le risque sur les crédits de montants importants.

La variance de p_{blG} (notée v_{blG}) est nulle car tous les crédits de montants importants sont échantillonnés. L'erreur standard s_{blG} est également nulle. On n'a pas besoin d'intervalle de confiance.

Pour calculer la proportion des crédits de montants importants à risque au sein du portefeuille, définissons w_{blG} comme le poids relatif des crédits de montants importants dans le portefeuille géré par l'agent de crédit bl :

$$w_{blG} = \frac{Y_{blG}}{\sum_{b=1}^B \sum_{l=1}^{N_{bl}} Y_{blG}} \quad (9)$$

La proportion à risque au sein des crédits de montants restant dus importants p_G est donc:

$$p_G = \sum_{b=1}^B \sum_{l=1}^{N_{bl}} w_{blG} \cdot p_{blG} \quad (10)$$

La variance et l'écart type de p_G sont nulles.

3.3.3 Proportion de portefeuille à risque pour les crédits « autres »

L'estimation du portefeuille à risque pour les « autres » crédits (à l'exclusion donc des crédits rééchelonnés/refinancés et des crédits de montants restant dus importants) est plus complexe car tous les crédits ne sont pas échantillonnés, et que les unités monétaires sont regroupées en crédits. Rappelons que les n_{blO} crédits sont tirés dans l'échantillon avec une probabilité proportionnelle au capital restant dû, que Y_{bli} est le montant restant dû, et que y_{bli} est le montant tel que révélé par l'audit comme étant en retard. L'estimation du portefeuille à risque pour les crédits autres p_{blO} est donc:

$$p_{blO} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{blO}} y_{bli}}{\sum_{i=1}^{n_{blO}} Y_{bli}} \quad (11)$$

Cochran (1977) note que cet estimateur est biaisé, sans que cela porte à conséquence.

La nécessité de tenir compte du regroupement produit une formule longue et complexe pour le calcul de la variance v_{blo} de p_{blo} :

$$v_{blo} = \left(\frac{n_{blo} \cdot (N_{blo} - n_{blo})}{N_{blo} \cdot (n_{blo} - 1) \cdot \sum_{i=1}^{N_{blo}} Y_{bli}^2} \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n_{blo}} Y_{bli}^2 - 2 \cdot p_{blo} \cdot \sum_{i=1}^{n_{blo}} Y_{bli} \cdot y_{bli} + p_{blo}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n_{blo}} Y_{bli}^2 \right) \quad (12)$$

Cette variance est non-nulle car les crédits « autres » ne sont pas pas échantillonnés de façon exhaustive, et ainsi N_{blo} dépasse n_{blo} . L'écart type s_{blo} est la racine carrée de v_{blo} .

Pour calculer la proportion de tous les crédits « autres » à risque au sein du portefeuille, définissons W_{blo} comme le poids des crédits « autres » au sein du portefeuille géré par l'agent de crédit bl :

$$w_{blo} = \frac{Y_{blo}}{\sum_{b=1}^B \sum_{l=1}^{N_{bl}} Y_{blo}} \quad (13)$$

La proportion à risque p_o au sein des crédits « autres » est donc:

$$p_o = \sum_{b=1}^B \sum_{l=1}^{N_{bl}} w_{blo} \cdot p_{blo} \quad (14)$$

La variance de p_o est v_o :

$$v_o = \sum_{b=1}^B \sum_{l=1}^{N_{bl}} w_{blo}^2 \cdot v_{blo} \quad (15)$$

La variance v_o peut être utilisée pour calculer les intervalles de confiance de façon analogue à celle décrite plus bas pour les intervalles de confiance au niveau agents de crédit, agences, ou sur le portefeuille global.

3.3.4 Proportion de portefeuille à risque pour un agent de crédit donné

La proportion globale de portefeuille à risque pour un agent de crédit donné combine les proportions de portefeuille à risque pour les crédits rééchelonnés/refinancés, les crédits de montants restant dus importants, et les crédits « autres ». On définit les poids W_{blR} , W_{blG} , et W_{blO} de chaque catégorie comme suit :

$$w_{blR} = \frac{Y_{blR}}{Y_{bl}}, \quad w_{blG} = \frac{Y_{blG}}{Y_{bl}}, \quad \text{et} \quad w_{blO} = \frac{Y_{blO}}{Y_{bl}} \quad (16)$$

L'estimation de la proportion du portefeuille à risque p_{bl} pour le portefeuille total d'un agent de crédit donné vaut alors (Cochran, 1977):

$$P_{bl} = w_{blR} \cdot P_{blR} + w_{blG} \cdot P_{blG} + w_{blO} \cdot P_{blO} \quad (17)$$

Naturellement, l'institution de microfinance pourra analyser de plus près le cas des agents de crédit qui présentent un p_{bl} un élevé.

Les estimateurs de p_{blR} , p_{blG} , et p_{blO} sont tous sans biais, aussi l'estimateur de p_{bl} est également sans biais. De plus, ces estimateurs sont indépendants les uns des autres car ils sont tirés depuis des catégories mutuellement exclusives. La variance v_{bl} de p_{bl} est en conséquence (Cochran, 1977):

$$v_{bl} = W_{blR}^2 \cdot v_{blR} + W_{blG}^2 \cdot v_{blG} + W_{blO}^2 \cdot v_{blO} \quad (18)$$

L'erreur standard s_{bl} de p_{bl} est la racine carrée de la variance v_{bl} :

$$s_{bl} = \sqrt{v_{bl}} \quad (19)$$

3.3.5 Bornes supérieures sur la proportion du portefeuille à risque pour un agent de crédit

Quelles sont les chances que l'estimation de la proportion du portefeuille à risque pour un agent de crédit donné p_{bl} ne soit pas sous-estimée à cause de variations d'échantillonnage ? Soit t_α le nombre d'écarts type par rapport à la moyenne d'une distribution Normale, qui place une probabilité de $1-\alpha$ dans la région supérieure de la distribution, définissons $d_{bl\alpha}$ comme la distance entre l'estimation p_{bl} et une marge supérieure de α -pourcent (Cochran, 1977; Arkin, 1963):

$$d_{bl\alpha} = t_\alpha \cdot s_{bl} \quad (20)$$

Alors $u_{bl\alpha}$ est une borne supérieure au niveau de confiance α de p_{bl} , où:

$$u_{bl\alpha} = p_{bl} + d_{bl\alpha} \quad (21)$$

A titre d'exemple sur des grandeurs similaires à celles paraissant pertinentes pour la Banco do Nordeste, supposons que α est 90%, ce qui implique que t_α vaut 1,281 . Supposons également qu'un agent de crédit « moyen » a un $N_{bl}=173$ comme nombre de crédits en portefeuille. ($n_{bl}=80$ ont été échantillonnés), que l'estimation de p_{bl} est 0.068, et que v_{bl} vaut 0.000792, soit un s_{bl} à 0.02814. Alors $d_{bl\alpha}$ est 0.036. Cela veut dire que l'estimation de p_{bl} vaudra moins que $u_{bl\alpha}=0.068+0.036=0.104$ dans 90% d'échantillons répétés.

Dans l'audit des portefeuilles à risque en microfinance, l'estimation d'une borne supérieure de la proportion est plus appropriée qu'une estimation des deux bornes d'un intervalle autour de l'estimation, ceci pour deux raisons : premièrement, cette approche d'une borne supérieure de taille α requiert un échantillon plus petit que dans la détermination d'un intervalle de part et d'autre, de taille 2α .

Deuxièmement, les auditeurs (exemple : Carmichael and Benis, 1991; Elliott and Rogers, 1972) et les créditeurs ou actionnaires potentiels d'une organisation de microfinance sont bien plus concernés par le risque d'une sous-évaluation que d'une sur-évaluation du portefeuille à risque. Bien sûr, se focaliser sur une borne supérieure n'interdit pas de calculer un intervalle des deux côtés « ex post ».

3.3.6 Montants à risque

Etant donné une estimation de la proportion de portefeuille à risque pour un agent de crédit p_{bl} , une estimation du montant à risque en dollars P_{bl} est (Cochran, 1977):

$$P_{bl} = Y_{bl} \cdot p_{bl} \quad (22)$$

La variance de P_{bl} est V_{bl} :

$$V_{bl} = Y_{bl}^2 \cdot v_{bl} \quad (23)$$

L'écart type de P_{bl} (S_{bl}) est la racine carrée de V_{bl} . Considérons $D_{bl\alpha}$ comme la distance de l'estimation P_{bl} à une borne supérieure à α -pourcent:

$$D_{bl\alpha} = t_{\alpha} \cdot S_{bl} \quad (24)$$

La borne supérieure au risque α -pourcent $U_{bl\alpha}$ est donc :

$$U_{bl\alpha} = P_{bl} + D_{bl\alpha} \quad (25)$$

Dans l'exemple, P_{bl} est $\$48.625 \times 0.068 = \3.306 . La variance de P_{bl} est $\$1.872.674$, le produit du carré de Y_{bl} ($\$48.626$) et de v_{bl} (0.000792). L'écart type S_{bl} est $\$1.368$. Etant donnée une précision souhaitée de 90%, t_{α} est 1.281 et $D_{bl\alpha}$ est $\$1.753$.

Un niveau de confiance de 90% sur le montant à risque P_{bl} est $U_{bl\alpha}$, soit

$\$3.306 + \$1.753 = \$5.059$. Dans ce cas, le montant réel à risque ne dépasse pas 153% de la valeur donnée par le SIG avec 90% de certitude.

3.4 Des agents de crédit aux agences

Les formules pour la proportion de portefeuille à risque p_b au niveau agence (et les formules pour les autres indicateurs liés à ce niveau) sont construites sur la base des estimations faites au niveau agents de crédit.

Rappelons que le capital restant dû dans le portefeuille d'un agent de crédit l dans une agence b est Y_{bl} et que le capital restant dû dans l'agence est Y_b . Les poids des catégories W_{bl} pour les agents de crédit sont donc :

$$W_{bl} = \frac{Y_{bl}}{Y_b} \quad (26)$$

La proportion estimée de portefeuille à risque pour une agence vaut p_b :

$$p_b = \sum_{l=1}^{N_{bl}} W_{bl} \cdot p_{bl} \quad (27)$$

La variance v_b de l'estimation du portefeuille à risque vaut :

$$v_b = \sum_{l=1}^{N_{bl}} W_{bl}^2 \cdot v_{bl} \quad (28)$$

L'erreur standard s_b est la racine carrée de v_b . La taille d'un intervalle supérieur à $\alpha\%$ sur p_b est $d_{b\alpha}$:

$$d_{b\alpha} = t_\alpha \cdot s_b \quad (29)$$

La borne supérieure au risque α -pourcent sur p_b est donc $U_{b\alpha}$:

$$u_{b\alpha} = p_b + d_{b\alpha} \quad (30)$$

Une estimation du montant à risque P_b pour une agence est:

$$P_b = Y_b \cdot p_b \quad (31)$$

La variance de P_b est V_b :

$$V_b = Y_b^2 \cdot v_b \quad (32)$$

L'erreur standard de P_b est S_b , la racine carrée de V_b . Considérons $D_{b\alpha}$ comme la distance de l'estimation P_b à une borne supérieure à α -pourcent:

$$D_{b\alpha} = t_\alpha \cdot S_b \quad (33)$$

La borne supérieure au risque α -pourcent est donc $U_{b\alpha}$:

$$U_{b\alpha} = P_b + D_{b\alpha} \quad (34)$$

3.5 Des agences au portefeuille global

Les formules pour la proportion du portefeuille à risque p , rapporté au portefeuille pris dans sa globalité (ainsi que pour les formules afférentes) sont construites sur la base des estimations faites au niveau des agences.

Rappelons que le nombre d'agences est B et que le montant des capitaux restant dus pour une agence est Y_b . Les poids W_b pour les agences sont:

$$W_b = \frac{Y_b}{Y} \quad (35)$$

L'estimation du portefeuille à risque p pour le portefeuille global est :

$$p = \sum_{b=1}^B W_b \cdot p_b \quad (36)$$

La variance v de l'estimation de la proportion de portefeuille à risque est :

$$v = \sum_{b=1}^B W_b^2 \cdot v_b \quad (37)$$

L'erreur standard s est la racine carrée de v . La taille d'un intervalle supérieur à $\alpha\%$ sur p est d_α :

$$d_\alpha = t_\alpha \cdot s \quad (38)$$

La borne supérieure au risque α -pourcent sur p est donc u_α :

$$u_\alpha = p + d_\alpha \quad (39)$$

L'estimation du montant à risque P dans le portefeuille global est :

$$P = Y \cdot p \quad (40)$$

La variance de P est V :

$$V = Y^2 \cdot v \quad (41)$$

L'erreur standard de P est S , la racine carrée de V . Considérons D_α comme la distance de l'estimation P à une borne supérieure à α -pourcent:

$$D_\alpha = t_\alpha \cdot S \quad (42)$$

La borne supérieure au risque α -pourcent est donc U_α :

$$U_\alpha = P + D_\alpha \quad (43)$$

4. Taille de l'échantillon

Arkin (1963) indique que le choix de la taille optimale d'un échantillon comprend 5 étapes :

- Choisir un niveau de confiance α pour la borne supérieure (par exemple 90%)
- Choisir une distance d_α pour la borne supérieure (par exemple 2 points de pourcentage)
- Estimer la proportion du portefeuille à risque avant échantillonnage (par exemple l'estimation fournie par le système d'information de gestion)
- Mesurer la taille de la population, c'est à dire compter le nombre de cas dans le portefeuille (par exemple le chiffre donné par le système d'information de gestion)
- Calculer la taille de l'échantillon en utilisant les formules standards

La détermination de la taille optimale de l'échantillon est rendue moins évidente qu'il n'y paraît ci-dessus, en raison d'au moins 3 facteurs.

Premièrement, les budgets sont limités. L'échantillonnage est précisément utile car il promet de réduire les coûts en réduisant le nombre de dossiers à tirer. Souvent, une taille d'échantillon optimale coûte trop cher.

Deuxièmement, le niveau de confiance α et la taille de la borne supérieure d_α ne sont pas choisis au hasard. Au contraire, ces choix dépendent d'une part du budget, et d'autre part du coût d'un jugement erroné du fait d'une sous-estimation des variations d'échantillonnage. Par exemple, si le coût d'une sous-estimation du portefeuille à risque est très élevé, alors il faut un large échantillon pour réduire les intervalles de confiance.

Troisièmement, il n'y a pas de formules pour calculer des tailles optimales d'échantillon sauf dans des cas qui sont tout simples. Il y a des formules pour des simples échantillons aléatoires (Cochran, 1977), pour des niveaux uniques de

stratification (Roberts, 1978), pour des échantillons en regroupements (Cochran, 1977), et pour des échantillons avec probabilité proportionnelle au montant restant dû (Smith, 1977), mais il n’y a pas de formule pour 4 strates-catégories, avec 2 exhaustives et 2 avec une approche avec probabilité proportionnelle au montant restant dû et en regroupements.

4.1 Optimalité conservatrice

En pratique, le choix d’une taille (sous-optimale) d’échantillon démarre avec une taille d’échantillon (optimale) pour la catégorie la plus basse, celle des agents de crédit. Les tailles d’échantillons pour les catégories supérieures—les agences et le portefeuille global—sont des agrégations des tailles d’échantillons des catégories inférieures. Le résultat est une taille d’échantillon que j’appelle « conservativement optimale ». Elle est optimale car, pour la catégorie inférieure, elle est calculée selon les formules standards pour un niveau de confiance et une borne supérieure d’incertitude de risque donnée. Elle est aussi conservatrice car, dans les catégories supérieures, elle excède ce qui est requis pour la borne supérieure et le niveau de confiance. Cela se produit parce que la taille requise de l’échantillon augmente avec la taille de la population, mais ceci d’un taux qui décroît. (Dans la conception proposée ici, le nombre de cas dans les catégories supérieures est même encore plus conservateur, car les catégories inférieures comprennent des échantillons exhaustifs des crédits rééchelonnés/refinancés et des crédits de montants importants, et parce qu’on utilise aussi une approche d’échantillonnage avec probabilité proportionnelle au montant restant dû).

4.1.1 Un exemple

Pour un échantillonnage simple du portefeuille d'un agent de crédit bl , calculer la taille optimale de l'échantillon n_{blO} requiert une estimation p_{blO} par le système d'information de gestion, pour les crédits qui ne sont ni rééchelonnés/refinancés ni de montants restant dus importants, et requiert également de définir une valeur souhaitée pour la borne supérieure d_{blO} , ainsi que le facteur t_{blO} basé sur un niveau de confiance souhaité α_{blO} , et le nombre de crédits N_{blO} (Cochran, 1977; Arkin, 1963):

$$n_{blO} = \frac{p_{blO} \cdot (1 - p_{blO})}{\left(\frac{d_{blO}}{t_{blO}}\right)^2 + \frac{p_{blO} \cdot (1 - p_{blO})}{N_{blO}}} \quad (44)$$

Par exemple, supposons que l'agence b à la Banco do Nordeste ait 2 agents de crédit, l'un avec un N_{b1O} de 173 (qui est la moyenne constatée pour le portefeuille), et l'autre avec un N_{b2O} de 300. Selon le système d'information de gestion, p_{blO} est 0.068. Avec une borne supérieure de 2 points de pourcentage, et un niveau de confiance de 90%, d_{blO} est 0.02 et t_{blO} est 1.281. Pour le premier agent de crédit, n_{b1O} est 103.87, soit, après un arrondi prudent à la valeur supérieure 104. Pour le second agent de crédit, n_{b2O} est 140. Ainsi, la taille optimale de l'échantillon augmente de 104 à 140 tandis que la taille de la population augmente de 173 à 300. La part de portefeuille échantillonnée décroît cependant (de 60% à 47%) puisque la taille de la population augmente.

Supposons maintenant que les estimations des proportions de portefeuilles à risque (p_{b1O} et p_{b2O}) révélées par l'audit sont de 0.06 et de 0.08. Supposons aussi que

l'équation 12 donne $v_{b_{10}}$ comme étant 0.0002184 et $v_{b_{20}}$ comme étant 0.0002824. En ignorant les crédits rééchelonnés/refinancés et les crédits de montants restants dus importants, et en supposant que tous les crédits sont du même montant, les poids des catégories W_{b_1} et W_{b_2} sont de 0.3658 et de 0.6342. La proportion de portefeuille à risque pour l'agence p_b est donc $0.3658 \times 0.06 + 0.6342 \times 0.08 = 0.073$ (équation 17). La variance v_b est $0.3658^2 \times 0.0002184 + 0.6342^2 \times 0.0002824 = 0.0001428$ (équation 18), et l'écart type s_b est 0.01195. La valeur de la borne supérieure à 90% sur p_b est $1.281 \times 0.01195 = 0.015$ (équation 20), donc la borne supérieure elle-même est de $0.073 + 0.015 = 0.88$ (équation 21).

Ainsi, faire un échantillonnage pour atteindre un intervalle de 2% au niveau de la catégorie des agents de crédit amène à un intervalle de 1.5 point de pourcentage au niveau de la catégorie agence. C'est l'essence même de « l'optimalité conservatrice », où les tailles optimales d'échantillon pour des bornes données dans les strates les plus fondamentales amènent à des bornes plus proches dans les catégories supérieures.

4.1.2 Crédits rééchelonnés/refinancés

Tous ces crédits sont échantillonnés. La taille de l'échantillon pour les crédits de montants importants dépend de ce qu'on appelle "important". Le choix peut se baser sur un nombre de crédits fixé arbitrairement, ou sur des ruptures « naturelles » constatées dans la distribution des montants des crédits. Pour la Banco do Nordeste, le jeu de crédits de montants importants comprendra probablement de 300 à 1000 cas.

4.2 Facteurs affectant la taille de l'échantillon

4.2.1 Facteurs algébriques

La formule pour la détermination du nombre de cas pour un échantillonnage simple (équation 44) met en lumière quelques facteurs qui affectent la taille de l'échantillon.

Premièrement, la taille de l'échantillon augmente avec la proportion supposée du portefeuille à risque. Deuxièmement, la taille requise pour l'échantillon augmente avec la taille de la population, mais moins rapidement que celle-ci. Troisièmement, davantage de précision requiert de plus grands échantillons, parce que la taille requise augmente lorsque la largeur de la borne supérieure décroît, et parce que la taille requise augmente si le niveau de confiance souhaité augmente.

Parmi ces trois facteurs, la proportion supposée de portefeuilles à risque provient du système d'information de gestion, et se situe donc en dehors du contrôle de l'auditeur. La taille, et le niveau de confiance de la borne supérieure sont plus malléables, et ces variables sont normalement choisies sur la base des contraintes budgétaires, et sur la base du coût probable d'une sous-estimation erronée du portefeuille à risque.

4.2.2 Facteurs non-algébriques

Quatre autres facteurs au moins affectent aussi en la taille de l'échantillon requis, étant données la taille souhaitée et la confiance dans la borne supérieure. Premièrement, la stratification peut augmenter ou diminuer la taille de l'échantillon requis. À moins que la proportion de portefeuilles à risque ne varie grandement d'une strate à l'autre (ce qui n'est probablement pas le cas dans les portefeuilles des

institutions de microfinance), la stratification par agence et agents de crédit augmente la taille de l'échantillon requis. Bien que la taille de l'échantillon requis augmente avec la taille de la population, elle augmente à un taux décroissant. Ainsi, la somme des tailles d'échantillons pour les strates de niveaux fondamentaux dépasse celle qui serait requise pour un plus haut niveau de stratification. Par exemple, sans strates et sans regroupements, la proportion du portefeuille à risque pour la Banco do Nordeste pourrait être estimée, avec un niveau de confiance de 90%, une borne supérieure de deux points de pourcentage, à environ seulement 259 cas (équation 44, en se basant sur p à 0.068 et $N = 44.581$).

En stratifiant au niveau des agents de crédit, et en supposant que chacun de 257 agents de crédit a un p_{bi} de 0.068 et un N_{bi} de 173 (les moyennes constatées sur le portefeuille), le nombre total de cas requis est de $257 \times 104 = 26.728$. (Évidemment, la borne supérieure sur la proportion estimée du portefeuille à risque est très faible avec autant de cas). En bref, les strates peuvent être coûteuses en termes de taille d'échantillon. Obtenir des échantillons qui permettent de rester à l'intérieur du budget pourrait amener soit à requérir moins de strates, soit à fixer des bornes supérieures plus larges, et/ou à se fixer des niveaux de confiance plus bas dans les strates fondamentales.

Le choix dépend des objectifs de l'audit, des contraintes budgétaires, et du coût d'une sous-estimation du risque. En particulier, des estimations précises du risque au niveau du portefeuille global ne requièrent pas d'échantillon très grand.

Deuxièmement, l'approche d'échantillonnage avec une probabilité proportionnelle au capital restant dû diminue la taille de l'échantillon requis. Cette

technique préserve les avantages d'un échantillonnage aléatoire, mais concentre l'effort sur l'étude des dossiers des crédits de montants restant dus importants, ce qui fait monter la part d'unités monétaires restant dues qui seront vérifiées dans un nombre donné de dossier tirés. D'un autre côté, les unités monétaires sont regroupées par crédits—ce qui revient à dire que chaque unité monétaire dans un crédit est au même niveau de risque—et cela tempère la réduction de la taille de l'échantillon due à la technique de la probabilité proportionnelle au capital restant dû. Tout compte fait, toutefois, l'approche de probabilité proportionnelle au capital restant dû diminue la taille de l'échantillon requis pour une borne et un niveau de confiance donnés. Malheureusement, la nécessité de tenir compte du regroupement (en crédits) signifie qu'il est impossible de résoudre le problème de la taille optimale de l'échantillon dans la strate fondamentale n_{BIO} dans la formule pour la variance v_{BIO} (équation 12). L'utilisation de l'équation 44 comme meilleure seconde solution pratique surévalue de façon conservatrice la taille de l'échantillon requis.

Troisièmement, l'échantillonnage exhaustif des crédits rééchelonnés/refinancés augmente la taille de l'échantillon. Néanmoins, un échantillonnage exhaustif prend son sens si des erreurs dans l'enregistrement des arriérés au sein du système d'information de gestion amenaient à des différences systématiques entre crédits rééchelonnés/refinancés, crédits de montants restant dus importants et crédits autres. L'approche d'échantillonnage avec probabilité proportionnelle au capital restant dû va à l'encontre d'au moins quelques gains d'un échantillonnage exhaustif des crédits de montants restant dus importants, puisque beaucoup de ces crédits de montants restant dus importants auraient été échantillonnés de toute façon.

Quatrièmement, pour un niveau souhaité de confiance α , des intervalles définis de part et d'autre requièrent davantage de cas qu'une borne fixée d'un seul côté. Cette dernière solution est pertinente dans le cas d'audit en microfinance, puisque la sous-estimation des arriérés est bien plus dangereuse que sa sur-estimation.

En résumé, la plupart des audits de portefeuille de microcrédits utiliseront des bornes de confiance d'un seul côté, une approche d'échantillonnage avec probabilité proportionnelle au capital restant dû, et un échantillonnage exhaustif des crédits rééchelonnés/refinancés et des crédits de montants restant dus importants. Les principaux ajustements à opérer pour des audits spécifiques porteront sur le niveau de confiance souhaité, la borne supérieure, et/ou sur la stratification par agences ou agents de crédit. La section suivante discute des compromis entre ces options.

4.3 Compromis entre les options de taille d'échantillon

Comme mentionné plus haut, un échantillonnage simple du portefeuille global avec environ 259 cas pourrait suffire à estimer la proportion de portefeuille à risque avec un niveau de confiance de 90% de ne pas sous-estimer la vraie proportion de plus de deux points de pourcentage. L'addition de strates selon les agences et/ou les agents de crédit augmente considérablement le nombre de cas requis (de l'ordre de 100 à 200%). La taille de la borne supérieure et le niveau de confiance influencent également fortement la taille de l'échantillon.

4.3.1 Niveau de confiance

En pratique, le niveau de confiance avec un risque α et pratiquement toujours de 90%. Pousser jusqu'à 95% augmente considérablement la taille (voir plus bas), mais ne renforce que peu le niveau de confiance. Le fait important, c'est que peu de gens sont satisfaits avec un niveau de confiance à 95% et en même temps insatisfaits avec un niveau de 90%. En dépit de critiques sérieuses (McCloskey and Ziliak ,1996; McCloskey, 1985; Cowger, 1984), la convention acceptée et que le plus bas niveau de confiance crédible est de 90%. Bien que des niveaux de confiance de 80 ou même 70% soient suffisants pour des travaux gouvernementaux (en l'absence de tout autre donnée, même un niveau de confiance de 51% est utile) , personne ne met en cause le fait qu'un niveau de 90% soit adéquat, mais beaucoup insistent sur le fait qu'un niveau de 80% est inadéquat.

4.3.2 Taille de la borne supérieure

La borne supérieure doit être faible afin que la proportion estimée du portefeuille à risque ne soit pas inutile, mais elle doit aussi être suffisamment large pour permettre de tenir compte des contraintes budgétaires au niveau de la taille de l'échantillon. Toute augmentation de la borne supérieure se traduit par une augmentation de la taille de l'échantillon à un taux supérieur (Données 1 et 2 et Tableaux 1 et 2; Cochran, 1977).

La taille de la borne supérieure dépend de la proportion de portefeuille à risque telle que reportée par le SIG et du niveau de risque considéré comme dangereux. Si la proportion fournie par le SIG est très faible (environ 1% par exemple) et qu'un portefeuille à risque de 5% n'est pas dangereux, alors une borne

supérieure qui couvre quatre points de pourcentage ne sera sans doute pas excessivement large, même si elle implique que l'échantillon audité ne peut exclure un risque quatre fois plus élevé que celui fourni par le système d'information de gestion. D'un autre côté, une institution dont le système d'information de gestion rapporte un portefeuille à risque de 5% pourrait être considérée comme peu digne de confiance si l'échantillon audité ne peut exclure un portefeuille à risque de 9% (soit pratiquement le double de ce que rapporterait le système d'information de gestion).

Dans certains cas, il peut être utile de comparer la borne supérieure sur le portefeuille à risque avec les profits annuels, ou avec les provisions pour pertes sur crédits passées dans l'année. Le but d'une telle comparaison est d'obtenir une appréciation grossière du coût éventuel d'une sous-estimation erronée du risque.

Étant donné que la vraie proportion de portefeuille à risque en microfinance est souvent comprise entre 2 et 10%, des bornes supérieures de deux à trois points de pourcentage seront appropriées dans la plupart des cas. De plus petites bornes pourraient amener à de trop nombreux cas, et des bornes plus larges pourraient être trop floues pour permettre d'étayer une opinion.

4.3.3 Stratification par agence et par agent de crédit

Les compromis entre niveaux de confiance, taille des bornes, et nombre de strates, dépendent des spécificités de chaque portefeuille de microcrédits. Cette section et la suivante discutent de ces compromis en ce qui concerne la Banco do Nordeste. Les chiffres et les tableaux spécifiques présentés ici ne s'appliquent donc pas à d'autres portefeuilles de microcrédits, bien que les mêmes concepts et que l'approche pour évaluer les compromis soient valides en général.

4.3.3.1 Calculs

Etant donné une stratification par agent de crédit, le Graphique 1 et le Tableau 1 montrent comment la taille de l'échantillon requis varie avec le niveau de confiance α et avec la taille de la borne supérieure $d_{bl\alpha}$. Les tailles d'échantillons ont été calculées en appliquant l'équation 44 au portefeuille à risque p_{bl}^* tel que fourni par le SIG, ceci pour chacun des 273 agents de crédit, puis en additionnant pour obtenir la taille n de l'échantillon global. Chaque p_{bl}^* a été calculé depuis le portefeuille Y_{bl} spécifique à chaque agent de crédit, et depuis la donnée fournie par le SIG sur son portefeuille à risque y_{bl} . Y_{bl} et y_{bl} prennent en compte les crédits en impayé depuis 90 jours, ainsi que les crédits sains, et les crédits avec des impayés compris entre 1 et 90 jours.

Les tailles optimales d'échantillons pour des agents de crédits qui présentent selon le système d'information de gestion des arriérés très faibles peuvent être très réduites, voire nulles pour ceux qui ne présentent aucun arriéré. Pour s'assurer que quelques crédits sont échantillonnés pour chaque agent de crédit, tout p_{bl}^* en dessous de 0.03 a été fixé à 0.03. Pour certains agents de crédit, tous les crédits sont échantillonnés, car des échantillons non-exhaustifs ne permettent pas d'atteindre la précision souhaitée. Comme discuté plus haut, les calculs de tailles d'échantillons ne tiennent compte ni des échantillonnages exhaustifs des crédits rééchelonnés/refinancés ni des crédits de montants restant dus importants, ni des échantillonnages avec probabilité proportionnelle au capital restant dû. Aussi, les chiffres du Tableau 1 sont « conservateurs » dans le sens que les bornes supérieures

calculées sur la base de l'audit seront probablement plus resserrées que requis pour un niveau de confiance donné.

4.3.3.2 Résultats

La stratification par agents de crédit requiert de grandes tailles d'échantillons. Par exemple, un niveau de confiance de 90% avec 2 points de pourcentage pour la borne supérieure du portefeuille à risque estimé, ceci pour chaque agent de crédit, requiert un échantillon de pratiquement 20.000 cas, soit environ 44% du portefeuille global (Graphique 1 et Tableau 1).

Rétrécir la borne supérieure d'1 point de pourcentage (étant donné un niveau de confiance de 90%), impliquerait d'ajouter pratiquement 13.000 cas supplémentaires. Augmenter la borne supérieure d'1 point de pourcentage réduirait l'échantillon d'environ 7.000 cas, et l'augmenter de 2 points de pourcentage réduirait encore l'échantillon de 4.000 cas. La taille souhaitée de la borne supérieure a donc une influence considérable sur la taille de l'échantillon requis. Le niveau de confiance a également une forte influence. Par exemple, avec une borne supérieure fixée à 2 points de pourcentage, un niveau de confiance à 95% requiert presque 25.000 cas, un niveau de 90% pratiquement 20.000, quand 80% implique 12.000 et 70% seulement 6.000.

4.3.4 Stratification par agence

Les calculs de tailles d'échantillons par agence sont identiques à ceux appliqués au niveau agents de crédit, mais l'équation 44 est appliquée à 79 agences plutôt qu'à 273 agents de crédit. Les résultats se trouvent dans le Graphique 2 et dans le Tableau 2. Cette conception de l'échantillon assure un niveau donné de

précision pour la mesure du risque à la strate des agences, mais elle ne garantit rien pour les mesures du risque à la strate des agents de crédit. En comparaison à la stratification par agent de crédit, la stratification par agence requiert moins de cas— les courbes du Graphique 2 sont en dessous et à droite de celles du Graphique 1. Le nombre de crédits en cours N_b dans le portefeuille d'une agence est plus important que le nombre de crédits N_{bi} en cours dans les portefeuilles de n'importe lequel de ses agents de crédit considérés individuellement. Ainsi l'échantillon requis pour une agence n_b est plus grand que l'échantillon requis n_{bi} pour n'importe lequel de ses agents de crédit. La taille de l'échantillon n_b pour l'entité agence est cependant plus faible que la somme des tailles des échantillons n_{bi} pour les agents de crédit de cette agence.

Les changements dans la taille désirée de la borne supérieure ont peut d'effet tant que la borne vaut moins que 2 points de pourcentage. Ainsi, une borne de 2 points de pourcentage peut s'avérer d'une bonne utilité pour définir la taille de l'échantillon.

Les compromis entre niveaux de confiance sont vastes. Avec une taille de borne supérieure fixée à 2 points de pourcentage, un niveau de confiance de 95% requiert environ 15 000 cas, un niveau de 90% requiert environ 11 000 cas, un niveau de 80% requiert environ 6000 cas, et un niveau de 70% de confiance requiert environ 3000 cas. Même en l'absence de stratification par agent de crédit, le compromis délicat entre taille de l'échantillon et niveau de confiance reste entier.

5. Conclusion

Un audit par échantillonnage statistique peut aider les institutions de microfinance, leurs propriétaires, et les investisseurs potentiels en portefeuille titrisé, à confronter l'exactitude des mesures fournies par le SIG sur le portefeuille à risque. La conception d'échantillon décrite ci-dessus permet de prendre en compte un grand nombre des caractéristiques propres aux portefeuilles de microcrédits. Cette conception permet d'échantillonner avec une probabilité proportionnelle à la taille de chaque crédit, et elle amène à échantillonner tous les crédits rééchelonnés/refinancés ainsi que les crédits de montants restant dus importants. La conception prévoit de stratifier par agences et agents de crédit. Bien que le côté mathématique soit fastidieux, il est assez direct de le modéliser sur tableur. La précision accrue des mesures, et les coûts réduits font de l'échantillonnage statistique un outil d'audit qui en vaut la peine.

5.1 Options pour la Banco do Nordeste

Sans stratification par agence ou par agent de crédit, obtenir une certitude de 90% que la vraie proportion de portefeuille à risque n'excède pas la proportion estimée de plus de 2 points de pourcentage implique un échantillon de 259 cas. Avec une stratification par agences, cela requiert environ 11.000 cas ; avec une stratification par agents de crédit, il faut pratiquement 20.000 cas. Des échantillonnages exhaustifs des crédits rééchelonnés/refinancés ajoutent de 500 à 1.000 cas à ces chiffres.

Si la stratification par agence s'avère attractive car le budget ne supportera pas l'étude de plus de 10.000 cas, une bonne option est de stratifier quand même par agent de crédit mais de réduire le niveau de confiance et/ou d'augmenter la taille de la borne supérieure. Tout niveau de précision avec l'agence comme strate fondamentale peut être atteint avec les agents de crédit comme strate fondamentale, sans perdre les avantages d'une stratification par agent de crédit. Par exemple, plutôt que de se fixer un niveau de confiance α de 90% avec une taille de borne supérieure d de 0.0233 au niveau de l'agence (ce qui requiert un n de 8.746), les auditeurs pourront choisir α à 80% et d à 0.0233 au niveau des agents de crédit (ce qui requiert un n de 8,142). Pour la plupart des agences—probablement pas pour toutes—cette technique produira des niveaux de précisions avec un α et un d proches des niveaux souhaités, tout en donnant une plus grande précision au global, et une meilleure connaissance de l'exactitude des mesures d'arriérés au niveau des agents de crédit. Même avec 1.000 crédits rééchelonnés/refinancés ou de montants importants, n est toujours inférieur à 10.000, et des assertions quantitatives sur l'exactitude du système d'information de gestion peuvent être faites pour tous les agents de crédit, pour toutes les agences et pour le portefeuille global.

Les estimations faites ici sur les tailles d'échantillons requises sont conservatrices. En pratique, l'échantillonnage par strate et selon l'approche « dollar-unit » amèneront à atteindre les bornes et niveaux de confiance souhaités avec un plus petit n . Avant de tirer l'échantillon, il est toutefois impossible de savoir exactement de combien n pourrait être plus petit.

A la rigueur, un plan d'échantillonnage basé sur 5.000 cas—par exemple avec α à 80% et d à 0.0367 selon une stratification par agents de crédit—prenant ensuite en compte 1.000 crédits rééchelonnés/refinancés ou de montants importants, pourra atteindre un niveau de confiance de 90% avec une borne supérieure de 2 points de pourcentage au niveau agence. Au niveau agent de crédit, naturellement, la confiance serait réduite, et la taille de la borne supérieure serait augmentée. Au niveau du portefeuille global, n'importe quel échantillon aléatoire atteindra ce niveau de précision s'il comprend plus de 300 cas.

5.2 Un plan d'échantillonnage dynamique

Une option finale, sophistiquée, consiste à calculer les mesures de précision au fur et à mesure que l'échantillonnage se déroule, et à s'arrêter dès que le niveau souhaité est atteint. Si on dispose d'un tableur pour mettre en œuvre les formules proposées dans cette note, et qu'on a fixé le niveau de confiance, les bornes supérieures pourraient être vérifiées à la fin de chaque journée d'audit. On tirerait alors les dossiers jusqu'à ce qu'une précision suffisante soit atteinte pour tous les agents de crédit, pour toutes les agences et/ou pour le portefeuille global. De plus, l'échantillonnage pour des agences ou des agents de crédits spécifiques pourrait être stoppé dès que les niveaux de confiance et de borne supérieure souhaités auront été atteints dans chaque strate.

Avec de tels pointages journaliers, les cas devraient être tirés d'une manière spécifique et coûteuse. En particulier, les auditeurs devraient tirer – en supposant qu'on stratifie par agents de crédit – un cas par agent de crédit avant de tirer un

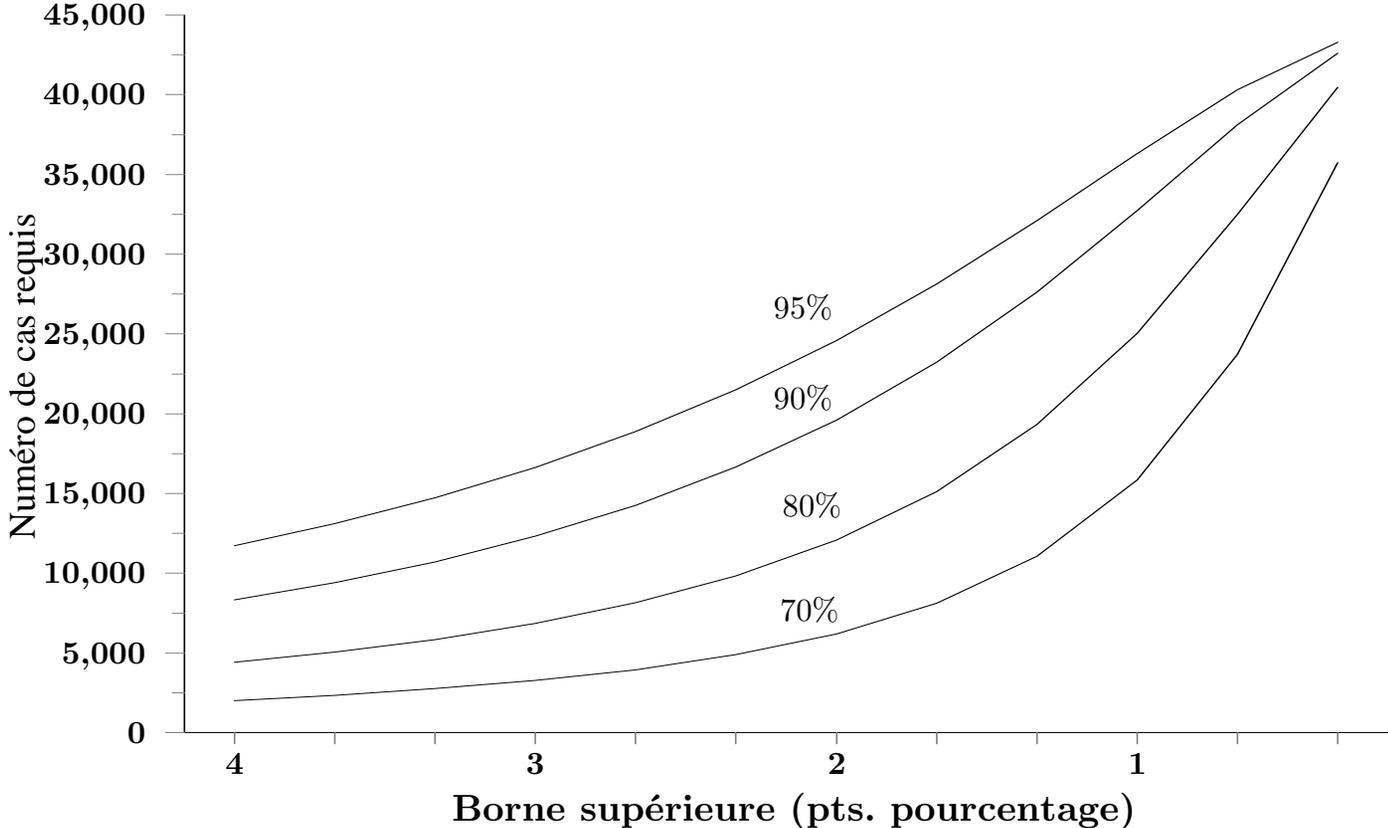
autre cas d'un agent de crédit donné (une option meilleure mais peut être plus difficile à mettre en place, consisterait à maintenir un ratio constant de cas tirés par rapport au n_{bi} parmi tous les agents de crédit). De plus, il faudrait tirer les cas dans un ordre spécifique. Pour chaque agent de crédit, le crédit avec le plus important π_{bli} devrait être tiré en premier, et ensuite—après que le crédit avec le plus fort π_{bli} ait été tiré parmi tous les agents de crédit—le crédit avec le second plus haut π_{bli} serait tiré, et ainsi de suite. Les auditeurs ne pourraient par exemple ni tirer tous les dossiers échantillonnés pour un agent de crédit, ni faire quoi que ce soit d'autre pour réduire les coûts qui soit susceptible de faire mener le processus dans un ordre différent de celui indiqué par les π_{bli} .

Les questions de logistique peuvent aussi exclure une planification imposant des vérifications quotidiennes. Par exemple, l'institution peut stocker les dossiers de crédit dans les agences. Si le nombre d'agences excède le nombre d'auditeurs, alors l'un d'entre eux, après avoir tiré un dossier par agent de crédit dans une agence donnée, devrait se déplacer jusqu'à une autre agence. Cela pourrait rapidement devenir plus coûteux que d'échantillonner un nombre fixé de cas.

Références

- Anderson, R.; and A.D. Teitlebaum. (1973) “Dollar-unit sampling: A solution to the audit-sampling dilemma”, *Canadian Chartered Accountant*, April, pp. 30–9.
- Arkin, Herbert. (1963) *Handbook of Sampling for Auditing and Accounting, Volume I—Methods*, New York: McGraw-Hill, LCC 62–20718.
- Carmichael, D.R.; and Martin Benis. (1991) “Audit Sampling”, pp. 350-1–350-26 in *Auditing Standards and Procedures Manual: 1991*, New York: Wiley, ISBN 0–471–53027–1.
- Christen, Robert Peck. (1997) *Banking Services for the Poor: Managing for Financial Success: An Expanded and Revised Guidebook for Development Finance Institutions*, Boston: Acción International, <http://www.accion.org>.
- Cochran, William G. (1977) *Sampling Techniques, Third Edition*, New York: Wiley, ISBN 0–471–16240–X.
- Cowger, Charles D. (1984) “Statistical Significance Tests: Scientific Ritualism or Scientific Method?”, *Social Service Review*, Vol. 58, pp. 358–72.
- Deaton, Angus. (1997) *The Analysis of Household Surveys: A Microeconomic Approach to Development Policy*, Baltimore: Johns Hopkins, ISBN 0–8018–5254–4.
- Elliott, R.K.; and J.R. Rogers. (1972) “Relating statistical sampling to audit objectives”, *Journal of Accountancy*, July, pp. 46–55.
- Guy, Dan M.; Carmichael, D.R.; and O. Ray Whittington. (1997) *Audit Sampling: An Introduction*, New York: Wiley, ISBN 0–47–11909–77.
- Knight, P. (1974) “Statistical Sampling in Auditing: an Auditor’s Viewpoint”, *Statistician*, Vol. 28, No. 4, pp. 253–66.
- McCloskey, Donald N. (1985) “The Loss Function Has Been Mislaid: The Rhetoric of Significance Tests”, *American Economic Review*, Vol. 75, No. 2, pp. 201–5.
- ; and Stephen T. Ziliak. (1996) “The Standard Error of Regressions”, *Journal of Economic Literature*, Vol. 34, pp. 97–114.
- Roberts, Donald. (1978) *Statistical Auditing*, New York: American Institute of Certified Public Accountants.
- Schreiner, Mark. (1999) “A Scoring Model of the Risk of Arrears at a Microfinance Lender in Bolivia”, manuscript, Center for Social Development, Washington University in St. Louis, <http://www.microfinance.com>.
- Smith, T.M.F. (1976) *Statistical Sampling for Accountants*, London: Accountancy Age Books, ISBN 0–900442–49–2.
- (1974) “Statistical Sampling in Auditing: a Statistician’s Viewpoint”, *Statistician*, Vol. 28, No. 4, pp. 267–280.

Graphique 1: Tailles d'échantillons requis avec une stratification par agents de crédit



Graphique 2 : Tailles d'échantillons requis avec une stratification par agences

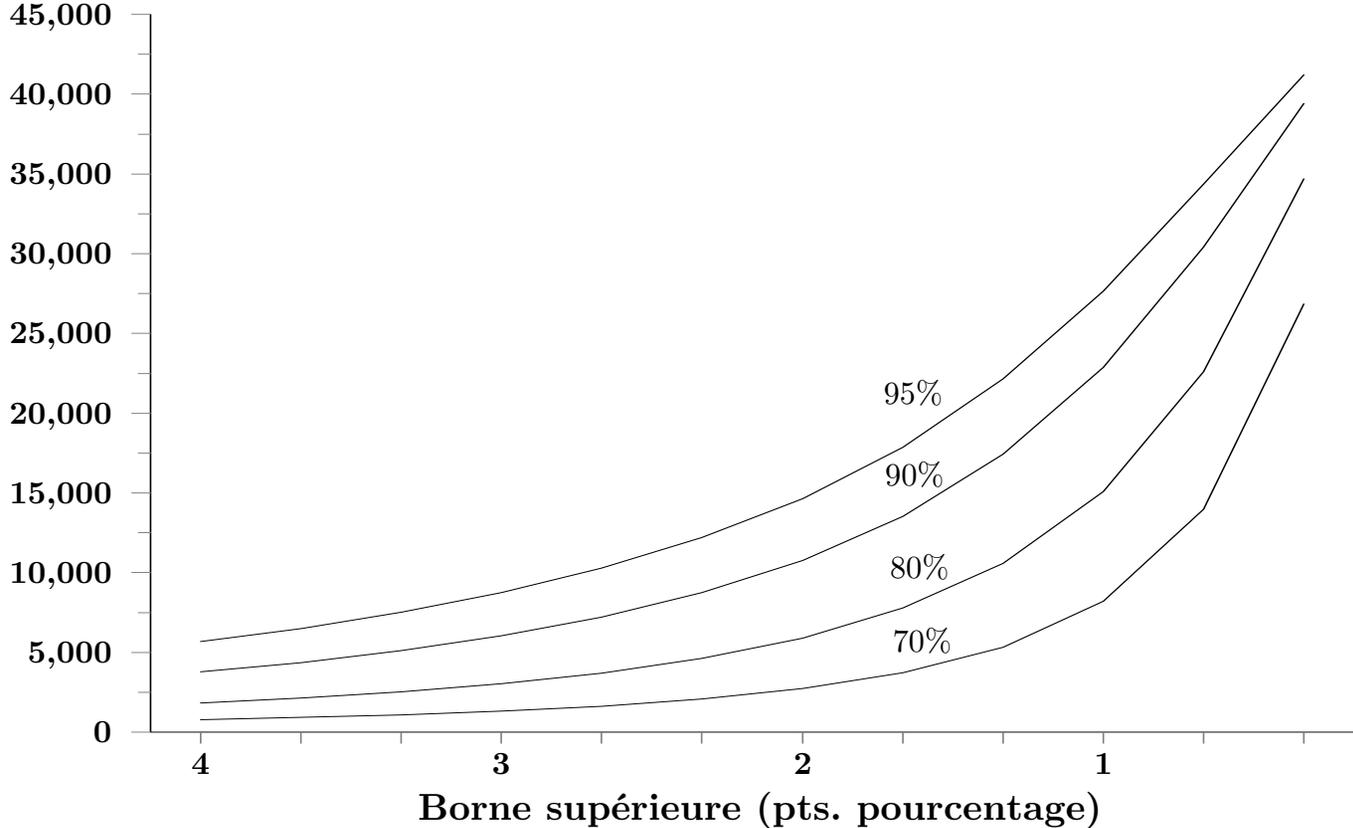


Tableau 1: Tailles d'échantillons requis avec une stratification par agents de crédit

Confidance	Borne supérieure											
	0.0400	0.0367	0.0333	0.0300	0.0267	0.0233	0.0200	0.0167	0.0133	0.0100	0.0067	0.0033
95%	11,725	13,097	14,727	16,622	18,869	21,496	24,578	28,130	32,109	36,321	40,302	43,287
90%	8,317	9,406	10,712	12,319	14,260	16,643	19,601	23,232	27,623	32,727	38,105	42,598
80%	4,411	5,051	5,846	6,854	8,142	9,839	12,088	15,129	19,325	25,050	32,500	40,465
70%	2,019	2,348	2,757	3,281	3,939	4,887	6,198	8,116	11,072	15,832	23,712	35,755

Source: Calculs d'auteur.

Tableau 2: Tailles d'échantillons requis avec une stratification par agences

Confidance	Borne supérieure											
	0.0400	0.0367	0.0333	0.0300	0.0267	0.0233	0.0200	0.0167	0.0133	0.0100	0.0067	0.0033
95%	5,693	6,505	7,509	8,734	10,268	12,206	14,634	17,868	22,162	27,644	34,359	41,221
90%	3,773	4,362	5,114	6,041	7,214	8,746	10,753	13,527	17,438	22,884	30,411	39,406
80%	1,833	2,137	2,536	3,035	3,710	4,620	5,905	7,771	10,593	15,096	22,618	34,686
70%	778	917	1,084	1,314	1,627	2,060	2,745	3,742	5,317	8,213	13,972	26,835

Source: Calculs d'auteur.